

Задача № 1

Предположим, что общество некой страны состоит из трех, одинаковых по количеству людей, социальных групп – бедные, средний класс и богатые люди. В условиях международной напряженности в стране решается вопрос об укреплении обороны страны. Как известно, оборона страны – это общественное благо, которое потребляется всеми членами общества в абсолютно одинаковом количестве, так как такое благо едино и неделимо (в отличие от блага рыночного типа). Экономисты страны, изучили предпочтения каждой из указанных социальных групп относительно их потребностей в услугах по обороне страны и выяснили, что функция спроса на оборону у бедных слоев населения выражается уравнением: $Q_{\text{БЕД.}} = 30 - P$; функция спроса на оборону у средних слоев населения: $Q_{\text{СРЕД.}} = 70 - P$; функция спроса на оборону у богатых: $Q_{\text{БОГАТ.}} = 80 - P$.

Предельные затраты на производство и поставку услуг по обороне оказались постоянными, не зависящими от объемов предоставления этих услуг, и составили 120 ден.ед. на каждую единицу этой услуги.

А) Необходимо определить равновесный объем предоставления услуг по обороне, а также цены, которые будет уплачивать каждая из групп за данный равновесный объем услуг по обороне.

Б) Что произойдет, если правительство страны поставит на голосование в парламенте предложение о введении единой цены за услуги по обороне в виде налога в размере 40 ден.ед. за единицу оборонных услуг и одновременного увеличения производства услуг по обороне на 5 единиц сверх равновесного объема?

Решение:

Задание А

1. Обозначим общий объем производства услуг по обороне как Q , а объем потребления этих услуг каждой из групп, как обозначено в условии задачи: $Q_{\text{БЕД.}}$; $Q_{\text{СРЕД.}}$; $Q_{\text{БОГАТ.}}$.

Так как оборона страны – это общественное благо, то объем потребления каждой из групп будет одинаков и равен объему предоставления этой услуги:

$$Q_{\text{БЕД.}} = Q_{\text{СРЕД.}} = Q_{\text{БОГАТ.}} = Q$$

2. Каждая из групп населения, оплачивая свою цену за услугу по обороне, получает предельную выгоду от предоставленных услуг в соответствии со своими потребностями. В этой связи уплачиваемая цена каждой группой будет равна предельной выгоде, получаемой от обороны страны:

$$P_{\text{БЕД.}} = MB_{\text{БЕД.}}$$

$$P_{\text{СРЕД.}} = MB_{\text{СРЕД.}}$$

$$P_{\text{БОГАТ.}} = MB_{\text{БОГАТ.}}$$

3. Запишем функции спроса на оборону для каждой группы, выразив их через функции цен спроса, т.к. каждая из групп в любом случае будет потреблять одинаковое количество услуг по обороне, но платить разную цену за эти услуги:

$$P_{\text{БЕД.}} = MB_{\text{БЕД.}} = 30 - Q, \text{ при } Q \leq 30$$

$$P_{\text{СРЕД.}} = MB_{\text{СРЕД.}} = 70 - Q, \text{ при } Q \leq 70$$

$$P_{\text{БОГАТ.}} = MB_{\text{БОГАТ.}} = 80 - Q, \text{ при } Q \leq 80$$

Эти уравнения показывают, что для каждой из групп выгода от услуг по обороне (МВ) будет равна нулю, если объем этих услуг будет превышать соответствующее значение количества услуг по обороне, необходимого каждой из групп. Т.е. большее количество этих услуг каждая из групп оплатить не может.

4. Общий спрос на оборону всех групп, взятых вместе, равен сумме цен, которые готовы заплатить каждая из групп:

$$P_D = P_{\text{БЕД.}} + P_{\text{СРЕД.}} + P_{\text{БОГАТ.}}$$

или

$$P_D = MB_{\text{БЕД.}} + MB_{\text{СРЕД.}} + MB_{\text{БОГАТ.}} = (30 - Q) + (70 - Q) + (80 - Q)$$

5. Находим равновесный объем услуг по обороне для всех групп.

Для этого суммируем групповые функции спроса и приравняем их к предельным затратам на производство единицы услуг по обороне ($MC = 120$), т.к. условие равновесия – это равенство предельной выгоды и предельных издержек ($P_D = MC$):

$$(30 - Q) + (70 - Q) + (80 - Q) = 120$$

$$180 - 3Q = 120 \rightarrow Q = 20 \text{ (равновесный объем услуг по обороне)}$$

6. Для определения цен, которые будет платить каждая из групп, подставим найденное равновесное значение услуг по обороне в каждую из групповых функций цены спроса:

$$P_{\text{БЕД.}} = MB_{\text{БЕД.}} = 30 - Q = 30 - 20 = 10 \text{ ден.ед.}$$

$$P_{\text{СРЕД.}} = MB_{\text{СРЕД.}} = 70 - Q = 70 - 20 = 50 \text{ ден.ед.}$$

$$P_{\text{БОГАТ.}} = MB_{\text{БОГАТ.}} = 80 - Q = 80 - 20 = 60 \text{ ден.ед.}$$

Задание Б

1. Увеличение объема производства услуг по обороне на 5 единиц дает значение 25 единиц. В этом случае выгода от услуг по обороне для каждой из групп составит:

$$MB_{\text{БЕД.}} = 30 - Q = 30 - 25 = 5 \text{ ден.ед.}$$

$$MB_{\text{СРЕД.}} = 70 - Q = 70 - 25 = 45 \text{ ден.ед.}$$

$$MB_{\text{БОГАТ.}} = 80 - Q = 80 - 25 = 55 \text{ ден.ед.}$$

2. Однако правительство предлагает ввести единую плату за оборону в виде налога, равного 40 ден. ед.

Сравним плату, которую предлагает ввести правительство с выгодами каждой группы, которые они получают от увеличившегося объема услуг по обороне:

Группы населения	Получаемые выгоды	Плата за получаемые выгоды (налог)	Решение группы на голосовании в парламенте
Бедная группа населения	5 ден.ед.	40 ден.ед	$5 < 40 \rightarrow$ группа будет голосовать против предложений правительства
Средний класс	45 ден.ед.	40 ден.ед	$45 > 40 \rightarrow$ группа будет голосовать за предложения правительства
Богатая группа населения	55 ден.ед.	40 ден.ед	$55 > 40 \rightarrow$ группа будет голосовать за предложения правительства

В результате бедная группа населения останется в меньшинстве при голосовании и будет принято правительственное решение.

Ответ:

Задание А: 1) Равновесный объем услуг по обороне страны составит 20 единиц.

2) Стоимость услуг по обороне для каждой из групп:

- бедная группа оплачивает 10 ден.ед.

- средний класс оплачивает 50 ден.ед.

- богатая группа оплачивает 60 ден.ед.

Задание Б: Объем услуг по обороне составит 25 единиц а каждая группа будет платить налог в размере 40 ден.ед.

Задача № 2

В конце 2011 года Россия вступила во Всемирную торговую организацию (ВТО). Членство страны в этой организации имеет как свои плюсы, так и минусы. Одним из отрицательных последствий такого вступления может быть то, что ряд важных отраслей национального хозяйства могут оказаться неконкурентоспособными против дешевой зарубежной продукции. В частности, среди уязвимых отраслей нашего хозяйства экономисты отмечают отрасль по производству мяса.

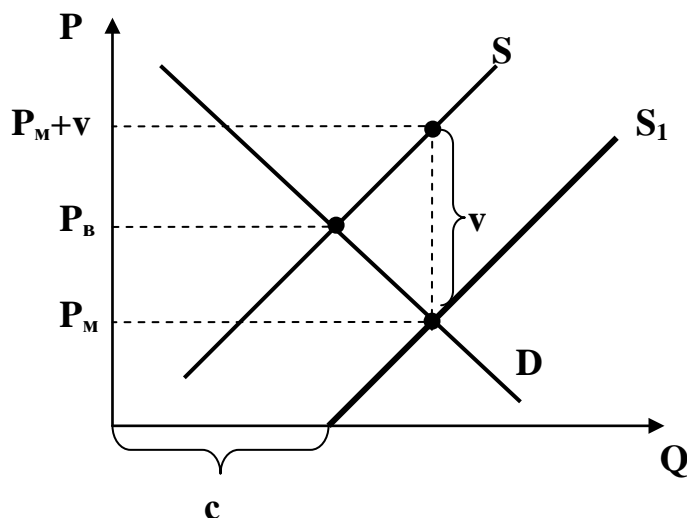
Допустим, что Правительство нашей страны в качестве защиты отечественных производителей мясной продукции рассматривает введение субсидии, чтобы импорт мясной продукции из-за рубежа стал экономически невыгодным для иностранных производителей. Если субсидия будет введена для наших производителей, то это, очевидно, не повлияет на цену мяса, установившуюся на мировом рынке в настоящее время. Одновременно наша страна выполнит требования этой международной организации о поддержании условий свободного перемещения товаров между странами – членами ВТО.

Сотрудники Министерства экономического развития РФ обосновали, в каком случае необходимо вводить такую субсидию и определили формулу, по которой можно рассчитать размер такой субсидии.

Обоснуйте, вслед за экономистами Министерства экономического развития РФ условия введения субсидии и определите формулу для расчета величины субсидии.

Решение

1. Для удобства и наглядности решения задачи надо построить гипотетические линии спроса и предложения мяса внутри нашей страны:



P_B – это равновесная цена на рынке мяса внутри страны

P_M – это цена на мясо на мировом рынке

v – это величина субсидии

2. По графику и по смыслу, очевидно, что если мировая цена будет выше цены на мясо внутри страны, то субсидия не нужна, т.к. импортерам будет невыгодно ввозить в нашу страну более дорогое мясо, чем у нас в стране.

Следовательно, условием введения субсидии будет превышение внутренней цены на мясо цены мирового рынка. Это ответ на первую часть задания.

3. Если мировая цена на мясо будет ниже внутренней цены необходимо ввести субсидию нашим производителям.

Величина субсидии должна быть такой, чтобы линия внутреннего предложения мяса сдвинулась из положения S в положение S_1 , уравнив при этом внутреннюю цену с

мировой ценой (см. рисунок выше). Тогда агрессивный импорт в нашу страну станет экономически невыгодным.

4. Расчет формулы субсидии:

- линейная функция спроса описывается формулой: $Q_d = a - bP$
- линейная функция предложения описывается формулой: $Q_s = c + dP$
- равновесие внутреннего рынка мяса описывается уравнением:

$$a - bP_B = c + dP_B$$

- из этого уравнения найдем «с»:

$$c = a - bP_B - dP_B \quad (1)$$

- равновесие открытого внутреннего рынка мяса в нашей стране с учетом введенной субсидии будет описываться уравнением:

$$a - bP_M = c + d(P_M + v)$$

- преобразуем это выражение:

$$dv = a - bP_M - (c + dP_M) \quad (2)$$

- подставим в уравнение (2) выражение «с» из формулы (1):

$$dv = a - bP_M - (a - bP_B - dP_B + dP_M)$$

- преобразовав это уравнение, получим:

$$dv = bP_B + dP_B - bP_M - dP_M$$

- отсюда находим формулу для расчета субсидии:

$$v = (b/d + 1) \times (P_B - P_M).$$

Ответ:

1. Условие введение субсидии – цена внутреннего рынка мяса больше мировой цены на мясо.
2. Формула для расчета субсидии: $v = (b/d + 1) \times (P_B - P_M)$.

Задача №3

В Санкт-Петербурге стоимость проезда одной остановки в метрополитене с 1 января 2011 года составляет 25 рублей. За эти 25 рублей пассажир метрополитена может проехать любое количество остановок.

Задание:

1. Построить график предложения услуг метрополитена в Санкт-Петербурге для одного пассажира на проезд 5-ти остановок, отложив на вертикальной оси координатной плоскости цену поездки в рублях (P), а на горизонтальной оси – количество остановок (Q).

Дать пояснения своим построениям.

2. Найти алгебраическое выражение функции предложения метрополитена для одного пассажира.

Решение:

Решение задания 1:

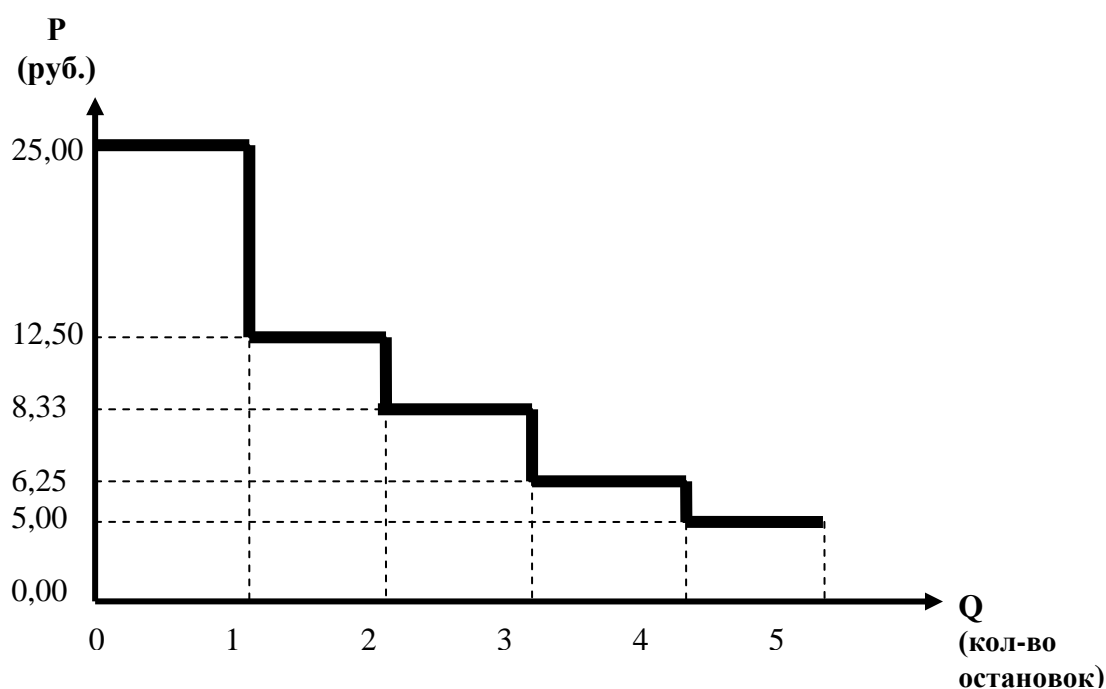
1. Чтобы проехать одну остановку пассажир должен заплатить 25 рублей. Значит, метрополитен предлагает пассажиру проехать первую остановку за 25 рублей. Следовательно, первой точкой графика предложения будет точка с координатами (25,00; 1).

2. Для проезда двух остановок пассажир все равно должен заплатить 25 рублей, как за проезд одной остановки. Однако цена предложения метрополитена одной остановки при проезде пассажиром двух остановок составит $25 \text{ рублей} / 2 = 12,5 \text{ рублей}$. Поскольку количество остановок не может быть дробным числом, то следующей точкой графика предложения метрополитена будет точка с координатами (12,5; 2).

3. Аналогичные рассуждения применяются для определения точек графика предложения метрополитена для 3-й, 4-ой и 5-ой остановок:

- для 3-й остановки (8,33; 3);
- для 4-ой остановки (6,25; 4);
- для 5-ой остановки (5; 5).

По полученным данным строим график предложения услуг метрополитена для одного пассажира:



4. Поскольку известно, что метрополитен является естественным монополистом, то говорить о существовании линии предложения нельзя. Из литературы известно, что монополист не имеет линии предложения. Однако, английский экономист Ф. Уикстид доказал, что кривая предложения монополиста – это на самом деле кривая спроса монополиста на деньги своих потребителей¹. Поэтому график предложения Санкт-Петербургского метрополитена является линией с отрицательным наклоном.

5. Поскольку количество остановок не является дробным числом, то график предложения монополиста предстает в форме «лестницы».

Решение задания 2:

Из решения задания 1 видно, что в алгебраическом виде функция предложения услуг метрополитена для одного пассажира имеет вид:

$$P_s = \frac{25}{Q}$$

Задача № 4

В двух странах производится один и тот же товар. Функции спроса и предложения на товар в странах заданы: в стране А функция спроса $Q_D=100-P$; функция предложения $Q_S=P$; в стране В функция спроса $Q_D=200-2P$; функция предложения $Q_S=-10+P$. Q_D и Q_S – количество спроса и предложения в тыс. шт., P – цена единицы товара в рублях.

Определите:

¹ Гальперин В.М., Игнатьев С.М., Моргунов В.И. Микроэкономика. – СПб.: «Экономическая школа», 2003. С. 90.

1. Какие цены установятся на товар в каждой стране при условии отсутствия торговых связей.
2. Если страны открыли границы для беспрепятственного перемещения товаров, каково будет направление и объем перевозок.
3. В случае установления в стране импортере импортной пошлины в размере $t=1$ рубль на единицу товара, как изменится поток импорта.

Решение:

1. В стране А: $Q_D=100-P=Q_S=P \rightarrow P_A=50$;

в стране В: $Q_D=200-2P=Q_S=-10+P \rightarrow P_B=60$.

2. $Q_{\Sigma D}=300-3P=Q_{\Sigma S}=-10+2P$; $P=62$

Отсюда:

- в стране А: $Q_D=100-62=38$; $Q_S=62$; избыток товара в размере 24;

- в стране В: $Q_D=200-2 \times 62=76$; $Q_S=-10+62=52$; дефицит товара в размере 24;

- **объем перевозок: из страны А в страну В 24.**

3. При $P=62$ размер импорта 24:

- введение импортной пошлины повысит цену до 63;

- тогда в стране В – импортере:

$Q_D=200-2 \times 63=74$;

$Q_S=-10+63=53$.

- **размер импорта: $74-53=21$.**

Задача № 5

Из-за технической ошибки бухгалтера работнику предприятия не доплатили заработную плату в размере 4 тыс. руб. за ноябрь 2010 года. Ошибка была обнаружена при финансовой проверке предприятия 25 февраля 2011 года. 1 марта 2011 года работнику будет выплачена задолженность в размере 4 тыс. руб.

Определите, сколько стоил на 1 декабря 2010 года тот набор товаров и услуг, который можно приобрести 1 марта 2011 года на полученные 4 тыс. руб., если темп инфляции в России был стабилен и равнялся 2% в месяц.

Решение:

1. Обозначим стоимость набора товаров и услуг как X (тыс. руб.)

2. При стабильном ежемесячном темпе инфляции стоимость этого набора товаров и услуг через n месяцев составит по сложному проценту:

$$X_n = X \cdot (1 + 0,02)^n$$

3. По условию задачи:

- $n = 3$ месяца (декабрь 2010 года; январь, февраль 2011 года);

- $X_n = 4$ тыс. руб.

4. Следовательно:

$$4 \text{ тыс. руб.} = X \cdot (1 + 0,02)^3$$

$$X = \frac{4 \text{ тыс. руб.}}{(1 + 0,02)^3} \approx 3769,29 \text{ руб.}$$

Ответ: набор товаров и услуг, за который 1 марта 2011 года необходимо будет заплатить 4 тыс. руб., 1 декабря 2010 года стоил 3 769,29 руб.

Задача № 6

На рынке некоторой продукции присутствуют 100 фирм-производителей. Издержки производства каждой из присутствующих фирм заданы функцией вида $TC=q^2-2q+2$, где q - количество производимой продукции каждой отдельной фирмой. Спрос на

продукцию на рынке стороны потребителей задан функцией вида $Q=1500-50P$, где Q - количество покупаемой всеми потребителями продукции, P - цена единицы продукции.

1. Каковы величины равновесной цены и равновесного объема продаж?

2. Как изменятся эти величины в случае введения на рынке потоварной дотации производителю в размере 2 рубля на каждую единицу продукции.

Решение:

1. Функция предложения отдельной фирмы $MC=2q-2=P$, $q=1+0,5P$

Предложение 100 фирм в целом $Q=100+50P$

Равновесные цена и объем продаж $1500-50P=100+50P$, $1400=100P$, $P=14$, $Q=800$

2. При введении потоварной дотации на единицу продукции функция издержек каждой фирмы изменится $TC=q^2-2q+2-2q$

Следовательно, изменится предложение отдельной фирмы и предложение всего рынка $MC=2q-2-2=2q-4=P$, $q=2+0,5P$

Предложение 100 фирм в целом $Q=200+50P$

Равновесные параметры рынка после введения налога определяются из условия пересечения прежней функции спроса и новой функции предложения $1500-50P=200+50P$, $1300=100P$, $P=13$, $Q=850$

Ответ:

$P=14$, $Q=800$

$P=13$, $Q=850$

Задача №7

Цена на товар увеличивалась дважды на одно и тоже целое число процентов, но не более, чем в полтора раза. На какое целое число процентов нужно снизить полученную цену, чтобы окончательная цена оказалась такой же как в самом начале?

Решение. Пусть цена на товар повышалась каждый раз на $a\%$, а была понижена на $b\%$. Если исходная цена товара равна A , то получаем равенство

$$A \left(1 + \frac{a}{100}\right)^2 \left(1 - \frac{b}{100}\right) = A,$$

откуда

$$(a + 100)^2(100 - b) = 2^6 \cdot 5^6.$$

Заметим, что $a + 100 > 100$. Следовательно, $(a + 100)^2 > 2^4 \cdot 5^4$. Так как по условию $a < 100$, то

$$2^4 \cdot 5^4 < (a + 100)^2 < 2^6 \cdot 5^4.$$

С другой стороны, $(a + 100)^2$ делит $2^6 \cdot 5^6$. Единственным значением $(a + 100)^2$, удовлетворяющим этим условиям является 5^6 . Отсюда находим $a = 25$ и $b = 36$.

Ответ: на 36 %.

Задача №8

Концерт посетило 2011 человек из 4 стран. Билеты продавались по цене 250 € 251 € 252 € ..., 499 € 500 € Верно ли, что по крайней мере три человека из одной и той же страны купили билеты по одной цене?

Решение. Поскольку

$$\frac{2011}{4} = 502.75,$$

то по крайней мере из одной страны на концерте было не меньше, чем 503 человека. Действительно, если бы из каждой страны на концерте было не более 502 человек, то всего на концерте было бы не более, чем $4 \cdot 502 = 2008$ человек. Рассмотрим группу тех 503 человек, которые приехали из одной страны. Поскольку имеется 251 возможность для цен билетов (250, 251, ..., 500) и

$$\frac{503}{251} = 2 \frac{1}{251},$$

то по крайней мере 3 человека из этой страны купили билеты по одной цене. Действительно, если бы по каждой цене было куплено не более двух билетов, то всего этими 503 людьми было бы куплено не более, чем $251 \cdot 2 = 502$ билета.

Ответ: верно.

Задача № 9

Квадратное поле для удобной вспашки необходимо разрезать на 49 квадратных частей, длины сторон которых — целые числа. Известно, что 48 из них должны иметь площадь 1. Какую наибольшую площадь может иметь исходное квадратное поле?

Решение. На первый взгляд может показаться, что оставшийся 49-й квадрат тоже должен иметь площадь 1, и, тем самым, наибольшая возможная площадь исходного квадрата равна 49, но это не так. Выясним какой размер может иметь 49-й квадрат. Пусть x — длина стороны 49-го квадрата и y — длина стороны исходного квадрата. Тогда $x^2 + 48 = y^2$. По условию, число x — целое. Ясно, что и число y является целым. Имеем

$$y^2 - x^2 = 48, \quad (y - x)(y + x) = 48.$$

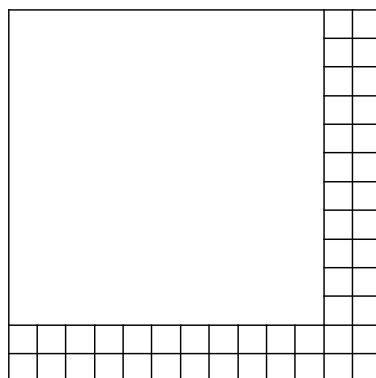
Заметим, что $y > x$ и $y - x < y + x$. Число 48 можно разложить на два множителя, из которых первый меньше второго следующими способами

$$48 = 1 \cdot 48, \quad 48 = 2 \cdot 24, \quad 48 = 3 \cdot 16, \quad 48 = 4 \cdot 12, \quad 48 = 6 \cdot 8.$$

Таким образом, получаем 5 систем:

$$\begin{cases} y - x = 1 \\ y + x = 48, \end{cases} \quad \begin{cases} y - x = 2 \\ y + x = 24, \end{cases} \quad \begin{cases} y - x = 3 \\ y + x = 16, \end{cases} \quad \begin{cases} y - x = 4 \\ y + x = 12, \end{cases} \quad \begin{cases} y - x = 6 \\ y + x = 8. \end{cases}$$

Первая и третья системы решений не имеют. Из второй получаем $x = 11$, $y = 13$. Из четвертой системы находим $x = 1$, $y = 7$. Наконец, из последней системы получаем $x = 1$, $y = 7$. Таким образом, исходный квадрат не может иметь длину стороны, отличную от 7, 8, 13. Если мы докажем, что квадрат со стороной 13 можно разрезать на 49 квадратов, из которых 48 имеют площадь 1 (т.е. длину стороны 1), то мы докажем, что наибольшая возможная площадь исходного квадрата равна $13^2 = 169$. Ниже показано такое разбиение.



Ответ: 169.

Задача № 10

Гражданин положил в банк a тысяч рублей при ставке по вкладу b процентов годовых (a и b — натуральные числа, $b < 30$). При каком значении a сумма вклада возрастет за два года на 18 тысяч рублей?

Решение. Из условия получаем

$$a \left(1 + \frac{b}{100} \right)^2 - a = 18.$$

Откуда

$$a \left(\left(1 + \frac{b}{100} \right)^2 - 1 \right) = 18,$$

$$a \left(\left(1 + \frac{b}{100} - 1 \right) \left(1 + \frac{b}{100} + 1 \right) \right) = 18,$$

$$a \cdot \frac{b}{100} \left(2 + \frac{b}{100} \right) = 18,$$

$$ab(b + 200) = 180000,$$

$$ab(b + 200) = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^4. \quad (1)$$

Так как b делит правую часть равенства (1), то $b = 2^k 3^l 5^m$, где $0 \leq k \leq 5$, $0 \leq l \leq 2$, $0 \leq m \leq 4$. Заметим, что число $b + 200$ также должно делить правую часть равенства (1). Так как $200 = 2^3 \cdot 3^2$, то получаем равенство

$$a \cdot 2^k 3^l 5^m (2^k 3^l 5^m + 2^3 \cdot 3^2) = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^4.$$

Из этого равенства видно, что $k \leq 2$. Действительно, если $k \geq 3$, то левая часть делится на 2^6 , а правая не делится на 2^6 . Аналогично, $m \leq 2$. Действительно, если $m \geq 3$, то левая часть делится на 5^5 , а правая не делится на 5^5 .

Итак, число b должно иметь вид $b = 2^k 3^l 5^m$, где $0 \leq k \leq 2$, $0 \leq l \leq 2$, $0 \leq m \leq 2$. Так как, кроме того, по условию $b < 30$, т.е. $2^k 3^l 5^m < 30$. При $m = 2$ единственными возможными значениями k и l являются $k = 0$, $l = 0$ (так как в противном случае $2^k 3^l 5^m > 30$). В этом случае $b = 25$ и $a = 32$. Если $m = 1$, то единственными возможными значениями для l являются значения 0 и 1 (так как в противном случае $2^k 3^l 5^m > 30$). Перебирая соответствующие значения для b получаем $b = 2^0 \cdot 3^1 \cdot 5 = 15$ и $b + 200 = 215$, но 215 не делит правую часть равенства (1), и поэтому такое значение b не годится. Далее, $b = 2^2 \cdot 3^0 \cdot 5 = 20$. Тогда $b + 200 = 220$ и это число не делит правую часть равенства (1), и поэтому такое значение b также не годится. Аналогично разбираемся с оставшимися значениями b , а именно, $b = 2^1 \cdot 3^0 \cdot 5 = 10$, $b = 2^0 \cdot 3^0 \cdot 5 = 5$, $b = 2^0 \cdot 3^0 \cdot 5^0 = 1$, $b = 2^0 \cdot 3^1 \cdot 5^0 = 3$, $b = 2^2 \cdot 3^0 \cdot 5^0 = 4$, $b = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^0 = 12$ и видим, что в каждом из этих случаев соответствующее значение $b + 200$ не делит правую часть равенства (1). Таким образом, годится единственное значение $b = 25$. При этом значении b (как мы уже отмечали выше) получаем $a = 32$. Итак, было положено 320 тысячи под 25% годовых.

Ответ: 320 тысячи.

Задача №11

В некоторой финансовой компании у каждого сотрудника не более трёх врагов. Какое наименьшее число отделов должно быть в компании, чтобы, распределив сотрудников компании по этим отделам, можно было бы добиться того, что у каждого сотрудника в одном с ним отделе было не более одного врага.

Решение:

Докажем, что достаточно двух отделов. Сначала разобьём всех сотрудников компании произвольным образом на два отдела. Для каждого отдела посчитаем число пар врагов, попавших в него и сложим полученные числа. Предположим, что у некоторого сотрудника A в одном с ним отделе есть по крайней мере два врага. Переведём сотрудника A в другой отдел. Тогда в отделе, в котором сотрудник A был сначала, число пар врагов уменьшится по крайней мере на две пары, а в новом отделе может появиться не более одной новой пары врагов. Поэтому суммарное число пар врагов в обоих отделах после перевода сотрудника A в другой отдел уменьшится. Следовательно, до тех пор пока у какого-либо сотрудника в одном с ним отделе есть по крайней мере два врага мы можем построить новое разбиение на отделы, в котором суммарное число пар врагов в обоих отделах уменьшится. В конце концов мы получим нужное разбиение на отделы.

Ответ: 2.

Задача №12

На мебельной фабрике № 1 г. Мебельного бригада мастеров – Саша, Паша и Вася, занимаются изготовлением столов и стульев. Саша за восьмичасовой рабочий день может изготовить 4 стола или 24 стула, Паша – 8 столов или 24 стула, а Вася – 6 столов или 30 стульев.

Задание:

1. Построить кривую производственных возможностей бригады.

2. Определить минимальное время, необходимое бригаде для изготовления 50 стульев и 10 столов. При этом предполагается, что каждый стол и каждый стул изготавливает только один мастер.

Решение:

Решение задания № 1:

1. Рассчитаем альтернативную стоимость изготовления одного стола, выраженную в количестве изготавливаемых стульев для каждого из мастеров:

- для Саши – $24/4 = 6$;

- для Паши – $24/8 = 3$;

- для Васи – $30/6 = 5$.

2. По полученным данным найдем альтернативные варианты распределения трудовых обязанностей в бригаде с учетом того, кто и какую работу может выполнять лучше:

Вариант № 1. Вся бригада занимается только изготовлением стульев. Тогда будет произведено $24 + 24 + 30 = 78$ стульев.

Вариант № 2. Паша изготавливает столы, т.к. у него самая наименьшая альтернативная стоимость производства столов. Тогда за 8 часов работы бригада изготовит:

- 8 столов;

- $24 + 30 = 54$ стула.

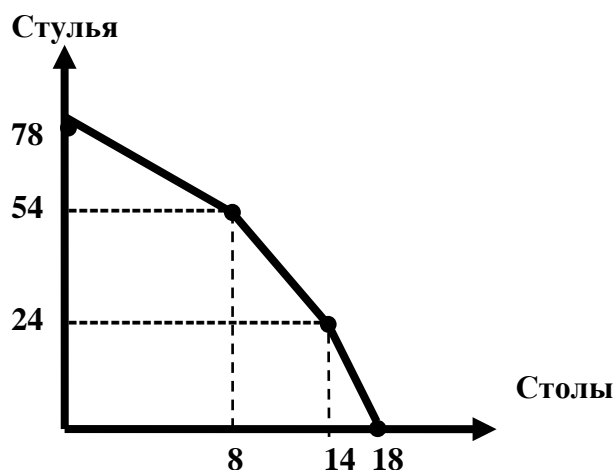
Вариант № 3. Саша изготавливает стулья, т.к. у него самая высокая альтернативная стоимость изготовления столов и самая низкая в изготовлении стульев. Тогда за 8 часов работы бригада изготовит:

- 24 стула;

- $8 + 6 = 14$ столов.

Вариант № 4. Вся бригада занимается изготовлением столов. Тогда за 8 часов будет изготовлено $4 + 8 + 6 = 18$ столов.

3. По рассчитанным данным строим кривую производственных возможностей бригады:



Решение задания № 2:

1. Определяем минимальное время для изготовления 50 стульев и 10 столов:

1.1. Паша имеет сравнительное преимущество в изготовлении столов. Поэтому он начинает выполнение работы с изготовления столов.

1.2. Саша имеет сравнительное преимущество в изготовлении стульев. Поэтому он выполняет эту работу в первую очередь.

1.3. Вася проигрывает в сравнительных преимуществах по изготовлению мебели и Саше и Паше. Поэтому есть два варианта использования труда Васи:

Вариант № 1. Вася начинает работу с изготовления столов.

- Паша и Вася за 8 часов работы могут изготовить все 10 столов:

а) Паша сделает 8 столов;

б) Вася сделает 2 стола.

- Саша за это время изготовит 24 стула.

- У Васи остается время на изготовление стульев. Он успеет сделать 20 стульев ($30/6 \cdot 4 = 20$ стульев).

- Таким образом, в первый день работы за 8 часов бригадой будет произведено:

а) $24 + 20 = 44$ стула;

б) 10 столов.

- Во второй день работы надо доделать $50 - 44 = 6$ стульев. Все работники могут этим заняться:

а) Паша изготовит 2 стула за 40 минут (480 минут, т.е. 8 часов/ $24 \cdot 2 = 40$);

б) Саша изготовит 2 стула тоже за 40 мин.;

в) Вася – за 32 мин., т.к. у него абсолютное преимущество в изготовлении стульев ($480/30 \cdot 2 = 32$)

- Вывод: Вариант № 1 требует для изготовления 50 стульев и 10 столов 8 часов 40 мин.

Вариант № 2. Вася начинает работу с изготовления стульев:

- Саша и Вася за 8 часов работы могут изготовить все 50 стульев

- Паша за это время успеет изготовить 8 столов.

- У Васи остается время на изготовление столов. Он успеет сделать 0,8 стола ($6/30 \cdot 4 = 0,8$ стола).

- Таким образом, в первый день работы за 8 часов бригадой будет произведено:

а) 50 стульев;

б) 8,8 столов ($8 + 0,8 = 8,8$).

- Во второй день работы надо доделать $10 - 8,8 = 1,2$ столов.

При этом:

- Вася будет доделывать незавершенный стол в предыдущий день. У него затраты времени на доработку стола составят 16 мин. ($480/6 \cdot 0,2 = 16$ мин.)

- Паша будет изготавливать недостающий стол, т.к. у него сравнительные преимущества по изготовлению столов. Для этого ему потребуется 60 мин.

- Вывод: Вариант № 2 требует для изготовления 50 стульев и 10 столов 9 часов

Ответ: Минимальное время, необходимое для изготовления 50 стульев и 10 столов составляет 8 часов 40 минут.

Задача №13

На валютных торгах 14 января 2011 года ситуация с обменным курсом доллара характеризовалась следующим образом. Доллары продавались по курсу 30 рублей за доллар. По этому курсу было куплено 10 млн. долларов. При курсе от 20 рублей за доллар и ниже желающих продать доллары не находилось, а при курсе от 50 рублей за доллар и выше ни кто не хотел покупать доллары. Аналитики из инвестиционной компании «Умники и умницы», проанализировав валютный рынок, пришли к выводу, что графики спроса и предложения долларов на валютном рынке имели линейный вид. Представьте себе, что вы являетесь руководителем Центрального банка. Перед вами стоит несколько задач. Попробуйте их решить:

1. Что нужно предпринять Центральному банку для того, чтобы курс доллара снизился до 25 рублей за доллар. При этом по закону Центральный банк не имеет права

фиксировать обменный курс валют или ограничивать объем продаж, не допуская на каких-либо продавцов.

2. Для анализа влияния Центрального банка на валютный рынок необходимо построить графики спроса и предложения на валютном рынке без учета вмешательства Центрального банка и с учетом вмешательства Центрального банка.

3. Дополнительное исследование валютного рынка показало, что все рубли, высвобождающиеся при изменении ситуации на рынке долларов, уходят на рынок евро, а все рубли, появляющиеся на рынке долларов при изменении ситуации на этом рынке, приходят с рынка евро. Как изменится курс евро после вмешательства после вмешательства Центрального банка на рынке долларов, если известно, что до этого вмешательства в день покупалось 2 млн. евро по цене 57 рублей за евро, а после вмешательства количество проданных евро уменьшилось на 200 тыс.

Решение:

Решение задания № 1.

1. Из условий задачи известны по две точки на первоначальных графиках спроса и предложения долларов. Одна точка – это точка равновесия ($P_e = 30$ руб.; $Q_e = 10$ млн. долл.)

На графике спроса вторая точка имеет координаты $P_1 = 50$ руб.; $Q_1 = 0$.

На графике предложения вторая точка имеет координаты $P_2 = 20$ руб.; $Q_2 = 0$.

2. Поскольку известно, что графики спроса и предложения имеют линейный вид:

$$Q_d = a - bP; \quad Q_s = c + dP,$$

можно найти коэффициенты a, b, c, d .

Графики спроса и предложения будут описываться уравнениями:

$$Q_d = 25 - P/2$$

$$Q_s = -20 + P$$

3. Подставим в эти уравнения значения требуемой цены $P_3 = 25$ руб.. Тогда получим значения величины спроса и предложения при этой цене:

$$Q_d = 25 - 25/2 = 12,5 \text{ млн. долл.}$$

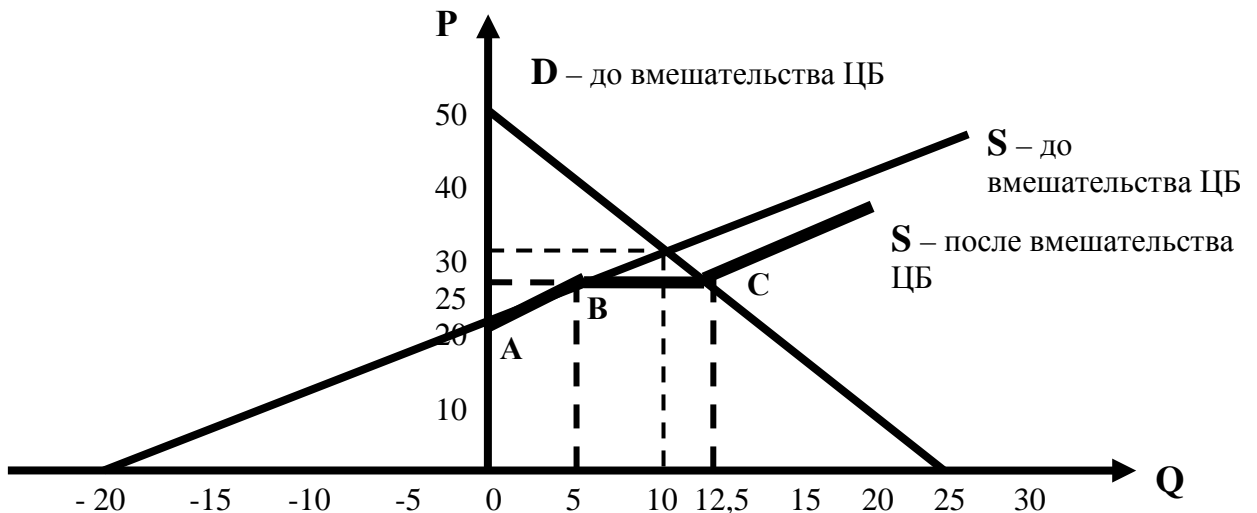
$$Q_s = -20 + 25 = 5 \text{ млн. долл.}$$

4. Таким образом, для удовлетворения спроса при цене 25 руб. хватает 7,5 млн. долл.

Ответ: Центральный банк должен предложить на валютном рынке к продаже 7,5 млн. долл.

Решение задания № 2.

1. Построим графики спроса и предложения на валютном рынке без учета вмешательства Центрального банка. Для этого воспользуемся результатами решения задачи № 1:



2. Вмешательство Центрального банка не изменит график спроса на доллары, но изменит график предложения долларов:
- на участке от А до В – график предложения совпадает с графиком предложения до вмешательства Центрального банка;
 - на участке от В до С – график предложения имеет горизонтальный вид
 - на участке после С – график предложения сдвигается параллельно вправо относительно исходного графика предложения.

Решение задания № 3.

1. До вмешательства Центрального банка на покупку долларов тратилось 10 млн. • 30 руб. = 300 млн. руб.
2. После вмешательства Центрального банка на покупку долларов будет потрачено:
 $12,5 \text{ млн.} \cdot 25 = 312,5 \text{ млн. руб.}$
 т.е. на 12,5 млн. руб. больше.
3. По условию задачи эти 12,5 млн. руб. придут с рынка евро. На рынке евро в результате утечки денег спрос на евро снизится.
4. До изменения ситуации на валютном рынке на покупку евро тратилось:
 $2 \text{ млн.} \cdot 57 \text{ руб.} = 114 \text{ млн. руб.}$
5. После изменения рыночной ситуации на покупку евро будет потрачено на 12,5 млн. руб. меньше, т.е. 101,5 млн. руб.
6. Из условий задачи известно, что равновесное количество евро уменьшилось после изменения рыночной ситуации на 200 тыс. Следовательно, новое равновесное количество евро составит:
 $Q_e = 2 \text{ млн.} - 0,2 \text{ млн.} = 1,8 \text{ млн. евро.}$
7. Таким образом, новая равновесная цена евро составит:
 $101,5 \text{ млн. руб.} / 1,8 \text{ млн. евро} \approx 56,39 \text{ руб. за один евро.}$

Ответ: Курс евро снизится на: $57 \text{ руб.} - 56,39 \text{ руб.} = 0,61 \text{ руб.}$ и составит 56,39 руб.

Задача №14

1 января 2010 года гражданин N. Положил в банк под 20% годовых сумму, равную одной десятой своего номинального располагаемого дохода за этот год. Оставшаяся часть дохода была потрачена на текущее потребление в 2010 году.

1 января 2011 года сумма вклада с процентами была взята из банка и потрачена на потребление в 2011 году вместе с располагаемым доходом за 2011 год.

Определите индекс потребительских цен (ИПЦ) 2011 года, если известно:

- в 2010 и в 2011 годах гражданин N. Приобретал одинаковый набор товаров и услуг;
- номинальный доход гражданина N. В 2010 и 2011 годах оставался неизменным.

Решение:

1. Введем обозначения для решения задачи:

- величина годового номинального располагаемого дохода = Y ;
- затраты на потребление в 2010 году = C_{2010} ;
- затраты на потребление в 2011 году = C_{2011} ;
- процентное изменение потребительских цен в 2011 году по сравнению с 2010 годом = i .

2. Из условий задачи:

$$C_{2010} = 0,9 \cdot Y; C_{2011} = Y + 0,1 \cdot Y \cdot (1 + 0,2).$$

3. Набор товаров и услуг, стоимость которого была равна в 2010 году C_{2010} , стал стоить:

$$C_{2011} = C_{2010} \cdot (1 + 0,01 \cdot i) = 0,9 \cdot Y \cdot (1 + 0,01 \cdot i).$$

4. Из (2) и (3) получаем:

$$0,9 \cdot Y \cdot (1 + 0,01 \cdot i) = Y + 0,1 \cdot Y \cdot (1 + 0,2).$$

Преобразуем полученное уравнение, разделив обе его части на Y :

$$0,9 \cdot (1 + 0,01 \cdot i) = 1 + 0,1 \cdot (1 + 0,2)$$

$$0,009 \cdot i = 0,22$$

$$i = 24,4\%$$

5. В 2011 году цены по сравнению с 2010 годом выросли на 24,4%, а значение ИПЦ для 2010 равно 100 (очевидно, что 2010 год – это базовый год). Значит, значение индекса цен 2011 года равно:

$$\text{ИПЦ}_{2011} = (100 + 24,4)/100 \cdot 100 = 124,4.$$

Ответ: Значение индекса потребительских цен в 2011 = 124,4.